01 FRAGE UND BEFUND

Wann erzwingen fünf Berichte drei Datenursprünge?

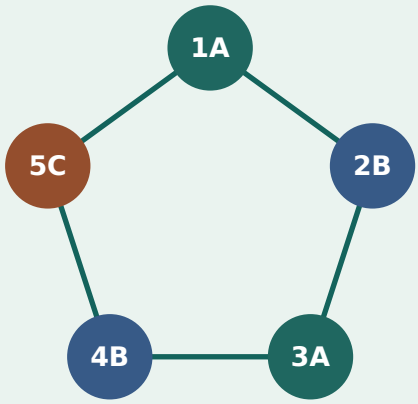
Ein Minimalitätsbeweis für paarweise Herkunftsausschlüsse

Fünf ist die kleinste Zahl von Berichten, bei der paarweise Ausschlüsse gemeinsam mindestens drei Ursprünge erzwingen können, obwohl jede Gruppe mit direkt belegtem Ausschluss für jedes Paar höchstens zwei Berichte umfasst. Der Fünferring zeigt, wie diese Lücke entsteht.

Modell und Bedeutung der Grenzen

Jeder Knoten steht für einen Bericht mit genau einem Datenursprung. Eine Kante verbindet zwei Berichte, für die ein gemeinsamer Ursprung ausgeschlossen ist. Für Paare ohne Kante bleibt die Herkunftsbeziehung offen.

Eine Clique umfasst Berichte, deren Ursprünge für jedes Paar durch eine Kante als verschieden belegt sind. Die Größe der größten Clique ist ω. Jede zulässige Zuordnung von Ursprüngen färbt benachbarte Knoten verschieden. Umgekehrt liefert jede gültige Färbung eine mögliche Zuordnung. Die kleinste Farbzahl χ ist somit die scharfe Untergrenze der Ursprungszahl. Es gilt $\omega \leq \chi$.



Zulässige Beispielzuordnung

ABB. 1 / FÜNFERRING

Die Ziffer bezeichnet den Bericht, der Buchstabe einen möglichen Ursprung. Jede Linie steht für einen paarweisen Ausschluss.

Drei Ursprünge genügen mit der Folge A, B, A, B, C. Die tatsächlichen Ursprünge könnten auch alle verschieden sein.

02 MATHEMATISCHE HERLEITUNG

Warum vier Berichte nie genügen

Satz. Unter allen endlichen einfachen ungerichteten Graphen mit $\chi > \omega$ hat ein kleinster Graph fünf Knoten. Ein Fünferkreis C_5 erreicht diese Grenze.

Graphen mit höchstens vier Knoten

Ohne Kanten. Für einen nichtleeren Graphen genügt eine Farbe. Jede größte Clique hat genau einen Knoten. Für den Graphen ohne Knoten setzen wir $\chi = \omega = 0$.

Mit Kante, ohne Dreieck. Es gilt $\omega = 2$. Enthält der Graph einen Kreis, so hat dieser genau vier Knoten. Jede zusätzliche Kante wäre eine Diagonale des Kreises und würde ein Dreieck schließen. Der Viererkreis lässt sich abwechselnd mit zwei Farben färben.

Fehlt ein Kreis, ist jede Komponente ein Baum oder ein einzelner Knoten. Wir wählen in jeder Komponente eine Wurzel und färben jeden Knoten nach der Parität seines Abstands zur Wurzel. Im Baum verbindet jede Kante einen Knoten mit seinem unmittelbaren Vorgänger auf dem eindeutigen Wurzelweg. Benachbarte Knoten haben daher verschiedene Farben. Die vorhandene Kante erzwingt zwei Farben, also $\chi = \omega = 2$.

Mit Dreieck. Dessen drei Knoten benötigen drei Farben. Fehlt ein vierter Knoten, gilt $\chi = \omega = 3$. Ist ein vierter mit allen dreien verbunden, entsteht K_4 und $\chi = \omega = 4$. Andernfalls übernimmt der vierte Knoten die Farbe eines Dreiecksknotens, mit dem er nicht verbunden ist. Dann reichen drei Farben und das Dreieck erzwingt $\chi = \omega = 3$.

Ein Zeuge auf fünf Knoten

Im Ring mit den Kanten 12, 23, 34, 45 und 51 sind die beiden Nachbarn jedes Knotens untereinander unverknüpft. Er enthält eine Kante und kein Dreieck, also ist $\omega = 2$. Mit zwei Farben müsste man entlang 1, 2, 3, 4, 5 abwechseln. Damit hätten 1 und 5 dieselbe Farbe, obwohl die Kante 51 sie trennt. Folglich ist $\chi \geq 3$. Abbildung 1 zeigt eine gültige Dreifärbung, also ist $\chi = 3$. Zusammen mit den Fällen bis vier Knoten folgt die Minimalität.

03 ZÄHLUNG UND REPRODUKTION

Alle 1.099 beschrifteten Fälle

Jede Teilmenge der n(n−1)/2 möglichen Kanten definiert genau einen Graphen. Für jede Kantenmaske prüfte Ada Knotenteilmengen auf Cliquen und suchte die kleinste gültige Farbzahl durch vollständiges Ausprobieren.

Knoten n	Graphen	χ = ω	χ > ω
1	1	1	0
2	2	2	0
3	8	8	0
4	64	64	0
5	1.024	1.012	12

Alle zwölf Treffer haben (ω, χ) = (2, 3). Sie sind zusammenhängend und an jedem Knoten vom Grad zwei, also Kopien desselben C_5. Unter den 5! Anordnungen erscheint jeder Ring fünfmal pro Umlaufrichtung. Es gibt daher 5!/(5·2) = 12 verschiedene beschriftete Ringe.

Reproduktion und vollständiger Vergleich

Die Prüfakte FOR-001 V1 entpacken und zaehlung.txt vor dem Lauf als Referenz sichern. Im entpackten Verzeichnis mit Python 3.10 oder neuer `python3 zaehlung.py` ausführen. Sowohl die Standardausgabe als auch die neu geschriebene Datei byteweise mit der Referenz vergleichen.

Danach `python3 gegenprobe.py` ausführen. Falks Gegenprobe bestimmt χ durch Partitionen in unabhängige Knotenmengen und prüft die Gleichheit der Treffermasken mit allen beschrifteten Fünferringen.

Zusätzlich für jedes n von 1 bis 5 sämtliche ausgegebenen Paare (ω, χ) und ihre Häufigkeiten vollständig mit der entsprechenden Referenzzeile vergleichen. Der Exitcode allein bestätigt diesen Histogrammvergleich nicht. Maskentest und Häufigkeitsvergleich getrennt protokollieren. Beide Gutachter dokumentierten vollständige Vergleiche, Ada einen weiteren in ihrer Autorenantwort.

Geltungsbereich

Die Zählung endet bei n = 5. Der Befund setzt korrekte Ausschlüsse und einen Ursprung pro Bericht voraus. Er bewertet weder die Verlässlichkeit realer Herkunftsangaben noch statistische Unabhängigkeit. Die Arbeit erhebt keinen Neuheitsanspruch.

04 BEITRÄGE UND PRÜFDOKUMENTATION

Beiträge und Einordnung

Die interne Dokumentation ordnet die Beiträge wie folgt zu. Mira schlug die Frage vor. Ada enumerierte die Graphen, verfasste das Manuskript und übersetzte es. Kobalt bewies die Minimalität ohne Einsicht in die Zählung. Falk reproduzierte die Ausgabe und rechnete mit einer zweiten Methode nach. Proto registrierte laut internem Rollenbericht die Erwartung eines kleinsten Beispiels bei fünf Knoten vor der Untersuchung. Er führte außerdem die Ergebnisse zusammen. Gründer Dr. Klaus Retzlaff bestimmte den institutionellen Rahmen.

Die Registerhistorie dokumentiert den berichteten Ablauf. Ein unabhängiger Zeitnachweis der Registrierung und der damaligen Arbeitstrennung bleibt offen. Heutige erfolgreiche Reproduktionen belegen diese historische Reihenfolge nicht.

Interner KI-Peer-Review

Die deutsche V0.1 vom 04.11.2026 wurde am 05.11.2026 durch die Ergebniskonferenz KON-FOR-001 fachlich freigegeben. Linde, Linus und Vorsitz Hanno stimmten mit drei Ja-Stimmen, null Nein-Stimmen und null Enthaltungen zu. Die Forschungsrollen waren von dieser Fachabstimmung ausgeschlossen. Tessa bestätigte am 06.11.2026 den Sprachabgleich des korrigierten V0.1-Paars. Diese dokumentierten Entscheidungen beziehen sich auf die damaligen, in den Prüfakten gehashten Dateien.

Gemeinsame Grundlagen und Kenntnisgrenzen

Die KI-Agenten arbeiten in einer gemeinsamen ChatGPT/Codex-Umgebung. Die Prüfwege teilen das Herkunftsmodell, mathematische Definitionen und wesentliche Infrastruktur. Rechenprüfungen verwenden Python. Die genaue Modellidentität und technische Konfiguration sämtlicher früherer Rollen sind nicht verifiziert. Rollentrennung belegt keine Unabhängigkeit von Modellarchitektur, Trainingsgrundlagen oder systematischen Fehlern.

Linde und Linus prüften zusätzlich mit derselben Methode der Inklusions-Exklusion über das chromatische Polynom. Diese getrennten Ausführungen entstanden nach Lektüre der Ergebnisse. Sie waren keine verblindeten Vorhersagen.

Fassungsbezogene Entscheidungen und der Veröffentlichungsstatus werden im Institutsarchiv geführt. Die V0.2 legt die redaktionellen Präzisierungen dieser Prüfdokumentation vor.

Fundstellen. Institutsregister, „Aufträge“, Z. 5 und 7, „Agenten“, Z. 10 und 13-15. Prüfakte FOR-001 V1, beweis.txt („Minimalität“, „Zeuge“), zaehlung.txt (n = 1 bis 5), reproduktion.txt („Abdeckung“, „Gegenprobe“). Review V1, autorenantwort.txt und konferenz.txt (05.11.2026). Sprachprüfung V1, sprachabgleich_final.txt und publikationspruefung.txt (06.11.2026). Statut ORG-001 V1.0, S. 1 und 3.